2 節　加法定理

1　加法定理

角の和や差の三角関数については, 次の **加法定理** が成り立つ。

◆ 正弦・余弦の加法定理 ◆

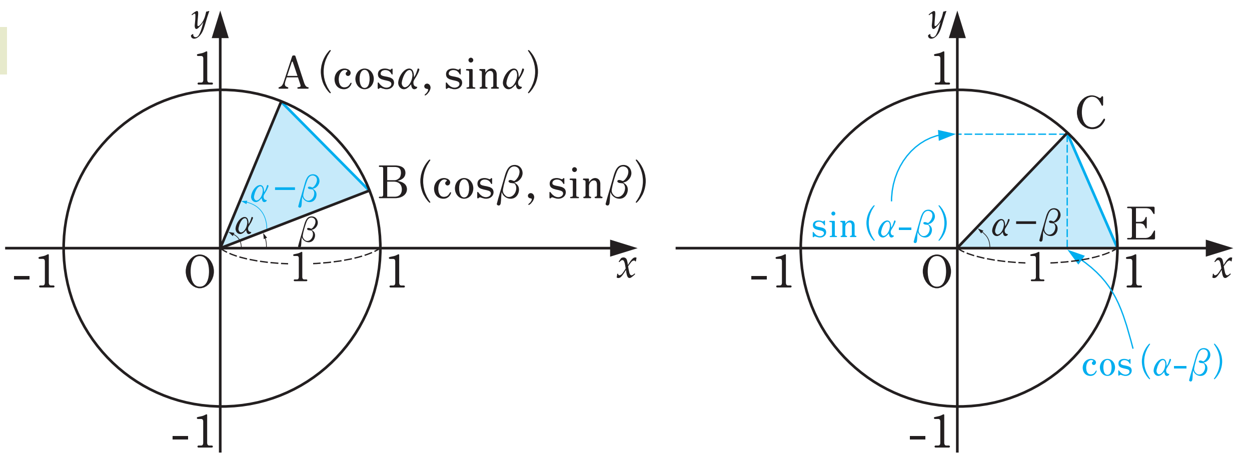
[1]　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

　　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

[2]　$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

　　$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

証明



上の図の単位円で, 角 α , 角 β の動径をそれぞれOA, OBとすれば, 点Aの座標は$(\cos\alpha , \sin\alpha)$, 点Bの座標は$(\cos\beta , \sin\beta)$であるから, 2点A, B間の距離の平方は

$$\begin{aligned}AB^2 &= (\cos\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\alpha-\sin\beta)^2\\ &=\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta\\ &=2-2(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta) \qquad \cdots\cdots ①\end{aligned}$$

一方, △OABを原点のまわりに$-\beta$だけ回転して, 点Bが点E(1, 0)に重なるようにしたときの点Aの位置をCとすると

$$C(\cos(\alpha-\beta), \sin(\alpha-\beta))$$

であるから, ……